

# Mathématiques III

## Option Economique

### 1 - Le sujet

L'épreuve était composée d'un exercice d'algèbre et d'un problème de probabilités comprenant une importante partie algorithmique. L'objet de l'exercice était l'étude des endomorphismes de  $\mathbb{R}^n$  vérifiant  $f \circ f = 4Id$ , tout d'abord dans le cas  $n = 2$  et ensuite dans le cas général. Quant au problème, il étudiait les lois de probabilité des paires obtenues lors de tirages de boules effectués dans deux urnes, soit avec remise, soit sans remise, soit de façon mixte.

### 2 - Les résultats obtenus

Sur les 865 candidats ayant composé cette épreuve, la note moyenne est de 8,25 avec un écart-type très élevé de 4,53 qui reflète un bon classement des candidats.

Les poids respectifs des différentes parties de l'épreuve dans la note finale ont été les suivants : 25% pour l'exercice, et pour le problème 26% pour la partie I, 33% pour la partie II et 16% pour la partie III (dont les trois quarts pour les questions algorithmiques). Les candidats qui ont traité correctement les deux tiers de l'épreuve ont eu la note de 20.

### 3 - Commentaires détaillés

En règle générale, les candidats éprouvent beaucoup de difficultés dans les questions nécessitant quelques calculs. Ils commettent souvent des erreurs grossières surtout en algèbre, en confondant par exemple matrice carrée et matrice colonne, ou bien encore vecteur et sous-espace vectoriel engendré par ce vecteur. De même, il n'est pas rare de lire que «  $f^2 = 4Id \Rightarrow f = 2Id$  ou  $f = -2Id$  ».

#### Exercice

A - 1. La vérification  $A^2 = 4I$  est bien faite ; le noyau de  $f$  est bien précisé, mais très peu de candidats en déduisent l'image de  $f$  ou constatent que  $\text{Im } f = E$ .

A - 2.a) La notion de sous-espace vectoriel engendré est mal connue ; aussi, cette question est incorrectement traitée. On écrit sans aucune justification que «  $G = \text{Vect}(u, v) \Rightarrow G = \text{Vect}(u)$  » (avec  ${}^t v = (\sqrt{2}, -\sqrt{2} - 2)$ ). Les questions relatives à  $F$  sont en revanche bien résolues.

A - 2.b) On trouve régulièrement «  $f(u) = -2u \Rightarrow G = \text{Ker}(f + 2Id)$  ».

A - 3. La symétrie de la matrice  $A$  est souvent constatée par les candidats pour démontrer la diagonalisabilité.

B - 1. Les trois sous-questions a), b) et c) sont plutôt bien traitées.

B - 2. La première partie de la question est convenablement résolue, mais les conséquences en termes d'inclusion sont beaucoup plus rarement obtenues.

B - 3.a) L'inclusion  $\text{Ker}(f + 2Id) \subset \text{Im}(f - 2Id)$  est très rarement trouvée.

B - 3.b) Les rares candidats qui ont abordé cette question l'ont traitée correctement.

#### Problème

##### Partie I

1. Beaucoup de candidats perçoivent que  $Y$  suit une loi géométrique, mais assez souvent la justification est insuffisante (l'indépendance des épreuves est oubliée) ou parfois, le paramètre de la loi de  $Y$  est faux.

2. Plus d'un candidat sur trois aborde avec succès cette question de Pascal.

3. a) La loi géométrique suivie par la variable aléatoire  $U$  est souvent bien reconnue.

3. b) c) Il est très rare d'obtenir un résultat correct pour l'ensemble de ces deux sous-questions.

3. d) Le calcul de  $P(Z = 1)$  est souvent correct contrairement à celui de  $P(Z = 0)$ .

3. e) f) La suite géométrique est assez bien repérée mais souvent mal initialisée puisque  $P(Z = 0)$  n'entre pas dans le cas général.

## Partie II

A - 1. et 2. La loi de  $X_2$  est souvent trouvée alors que pour celle de  $X_1$ , on voit souvent une loi de Bernoulli de paramètre  $1/n$ .

B - 1.a) b) L'univers  $\Omega$  est malheureusement confondu avec son cardinal.

B - 1.c) Peu de candidats s'aperçoivent que la valeur  $(n - 1)$  n'est pas une valeur prise par  $X_n$ .

B - 2.a) La partition est rarement évoquée.

B - 2.b) Environ la moitié des candidats détermine  $a(n, n)$  et  $a(n, n - 1)$ .

B - 3.a) La première partie de cette question n'est pratiquement jamais trouvée ; la déduction s'obtient parfois.

B - 3.b) L'ensemble des candidats aborde la première partie de cette question mais seulement la moitié d'entre eux « voit » la formule du binôme.

B - 4) Les trois sous-questions ne sont pas abordées.

## Partie III

1.a) b) Les candidats justifient rarement le fait que  $X_n$  suit une loi binomiale.

Environ un tiers des candidats aborde les questions d'informatique notamment les questions 2 et 3. La résolution de la question 4 est en revanche moins fréquente.